熱弾性の構造保存型数値解法

吉川周二 (愛媛大学大学院理工学研究科)

一次元熱弾性方程式系:

$$
(TE) \begin{cases} u_{tt} - a(u_x,\theta)u_{xx} + b(u_x,\theta)\theta_x = 0, \\ c(u_x,\theta)\theta_t - d(\theta)\theta_{xx} - b(u_x,\theta)u_{tx} = 0, \quad (t,x) \in (0,\infty)\times(0,L), \end{cases}
$$

の初期値境界値条件について考察する. 簡単のため, 境界条件は次のものを考える;

$$
u_x(t,0) = u_x(t,L) = \theta(t,0) = \theta(t,L) = 0 \qquad t \in [0,\infty), \qquad \text{(BC)}
$$

$$
u(0,\cdot) = u_0, \quad u_t(0,\cdot) = v_0, \quad \theta(0,\cdot) = \theta_0 \qquad x \in (0,L), \qquad \text{(IC)}
$$

非線形項 a, b, c は次の条件を満たすものとする

$$
a,b,c,d \in C^3, \qquad 0 < \gamma_0 \le a, |b|, c, d \le \gamma_1 < \infty, \tag{1}
$$

微分方程式の何らかの構造を引き継ぐような数値解法を**構造保存型数値解法**という. 本講演では, (TE) に対してエネルギー保存則とエントロピー増大則の両方を引き継ぐ構造保存型有限差分スキームを導出し, その誤差評価・解の存在といった解析を行うことが目的である.

講演中に紹介する参考文献は以下の通りである.

参考文献

[1] D. Furihata and T. Matsuo, *Discrete Variational Derivative Method*, Numerical Analysis and Scientific Computing series, CRC Press/Taylor & Francis, 2010.

[2] S. Jiang and R. Racke, *Evolution Equations in Thermoelasticity,* Chapman & Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics 112, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2000.

[3] S. Jiang, An uncoupled numerical scheme for the equations of nonlinear one-dimensional thermoelasticity, J. Comput. Appl. Math., **34** (1991), 135–144.

[4] M. Slemrod, Global existence, uniqueness, and asymptotic stability of classical smooth solutions in one-dimensional nonlinear thermoelasticity, Arch. Rational Mech. Anal., **76** (1981), 97–133.

[5] J.M. Sanz-Serna and M.P. Calvo, *Numerical Hamiltonian Problems*, Applied Mathematics and Mathematical Computation, 7. Chapman & Hall, London, 1994.

[6] 三井 斌友, 小藤 俊幸, 斉藤 善弘, 微分方程式による計算科学入門, 共立出版, 2004.