

様々な流体物理現象の数学解析：回転 流体中の vortex breakdown と 2次元乱 流に現れる vortex thinning

米田 剛 (東京大学)*

乱流研究分野において追求すべき重要なトピックの一つとして、エネルギーカスケード（逆カスケード）における自己相似的な主要描像を見出すことにある。

二次元乱流に関しては、Xiao-Wan-Chen-Eyink (2009) たちが、「vortex-thinning が主要な描像なのではないか」と指摘している。彼らの二次元 Navier-Stokes 方程式の大規模数値計算によると、今まで主要描像とされていた vortex merger は実は 0.1% しか起きておらず、代わりに vortex thinning が 99% 近く起きていることを指摘している。本講演者は、そのような vortex thinning が、一見無関係に見える近年の Bourgain-Li による Euler 方程式の局所非適切性の結果と関連することを見出した。2015 年に彼らは双曲型の流れから導かれる Large-Lagrangian-deformation という画期的な解析手法を創出し、その斬新な手法を使って critical な Sobolev 空間で Euler 方程式が非適切になることを示した。本講演では、それを simplify した Elgindi-Jeong (2017) の手法とその vortex thinning との関連を論じる。

三次元乱流に関しては、Goto-Saito-Kawahara (2017) が、「反平行となる渦管がそれより小さいスケールの渦を引き延ばしており（いわゆる vortex stretching）、それがエネルギーカスケードを引き起こす主要構造ではないか」と指摘している。本講演では、その描像を念頭に置きながら、以下の非圧縮 Euler 方程式による「3次元エネルギーカスケード」の洞察を試みる：

$$\begin{aligned}\partial_t u + (u \cdot \nabla) u &= -\nabla p, \quad \nabla \cdot u = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^3 \times (0, \infty), \\ u|_{t=0} &= u_0.\end{aligned}$$

なお、本講演者は、大規模数値計算を使った乱流そのものの研究も推進している。

- vortex breakdown：東京大学大学院工学系研究科 航空宇宙工学専攻 山田健翔氏との共同研究
- 低周波非粘性・高周波超粘性の Navier-Stokes 方程式を使ったエネルギーカスケード：岸本氏（京都大学）、中井氏（東京大学）、斉木氏（一橋大学）との共同研究

時間に余裕があれば、それらの研究も簡潔に紹介したい。

*e-mail: yoneda@ms.u-tokyo.ac.jp